Kapitel 3

Petrinetze

(Seite 42)

Definition 2.12 *a) Die* Markierung *eines $P/T-Netzes$* $\mathcal{N} = \langle P, T, F, W, \mathbf{m_0} \rangle$ *ist ein Vektor* $\mathbf{m}$ *mit* $\mathbf{m}(p) \in \mathbb{N}$ *für jedes* $p \in P$ *(auch als Abbildung* $\mathbf{m} : P \to \mathbb{N}$ *aufzufassen). Die Menge aller Markierungen über* P *(bzw.* S*) wird mit* M_P *(bzw.* M_S*) bezeichnet.*

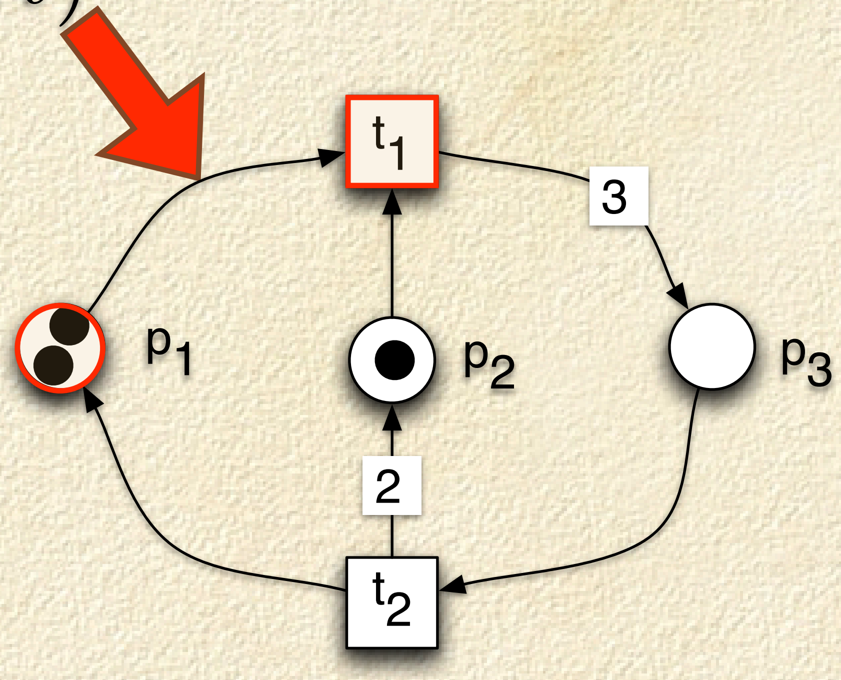
b) Eine Transition $t \in T$ *heißt* aktiviert *in einer Markierung* $\mathbf{m}$ *falls*

$$\forall p \in {}^{\bullet}t.\ \mathbf{m}(p) \geq W(p, t)$$

2 1

(als Relation: $\mathbf{m} \xrightarrow{t}$*).*

Markierung **m =** $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$



c) *Es sei* $\widetilde{W}(p,t) := \begin{cases} W(p,t) & \textit{falls } (p,t) \in F \\ 0 & \textit{sonst} \end{cases}$

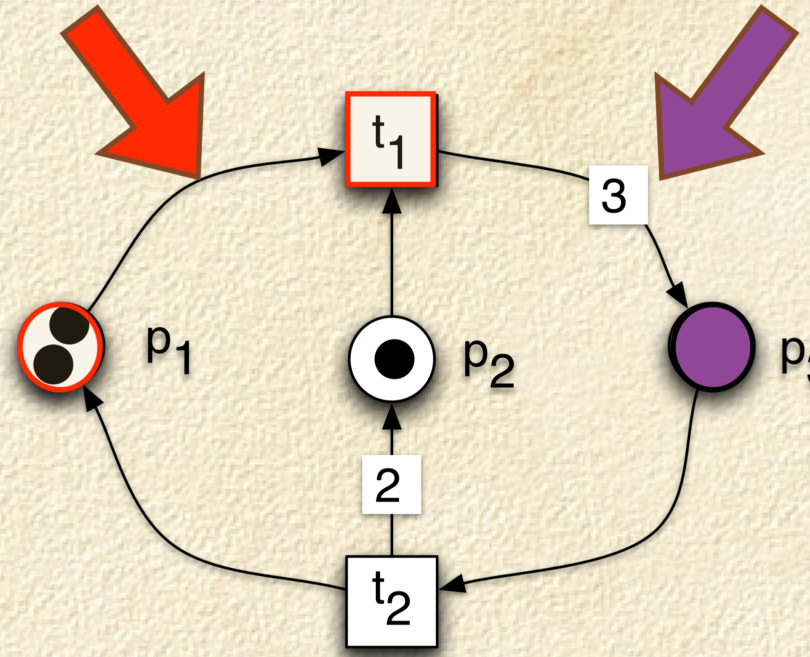
und entsprechend

$\widetilde{W}(t,p) := \begin{cases} W(t,p) & \textit{falls } (t,p) \in F \\ 0 & \textit{sonst} \end{cases}$

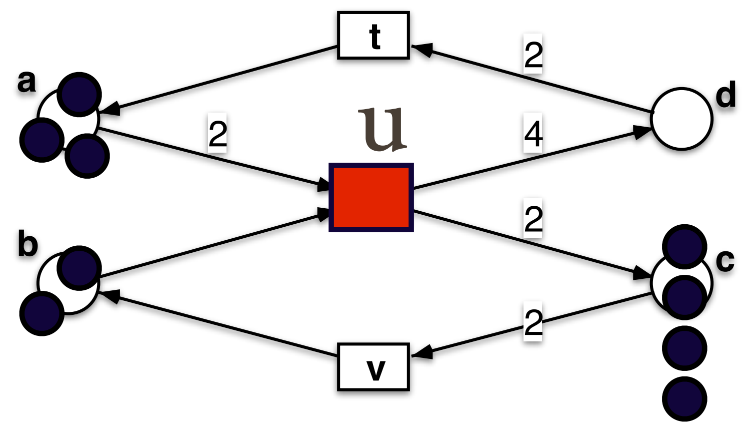
Ist t *in* $\mathbf{m}$ *aktiviert, dann ist die* Nachfolgemarkierung *definiert durch:*

$$\mathbf{m} \xrightarrow{t} \mathbf{m}' \Leftrightarrow \forall p \in P.\ (\mathbf{m}(p) \geq \widetilde{W}(p,t) \wedge \mathbf{m}'(p) = \mathbf{m}(p) - \widetilde{W}(p,t) + \widetilde{W}(t,p))$$

$p = p_1, t = t_1$	2	1	1	2	1	0
$p = p_3, t = t_1$	0	0	3	0	0	3



4. Gegeben sei das folgende P/T Netz N. Sei $m_1 = 3'a + 2'b + 4'c + d$.



(a) Gilt $m_1 \xrightarrow{u}$?

(b) Für welche m' gilt $m_1 \xrightarrow{u} m'$? Gibt es mehrere?

Lösung:

(a) Ja, u ist in m_1 aktiviert, denn $m_1(a) = 3 > 2 = W(a, u)$ und $m_1(b) = 2 > 1 = W(b, u)$.

(b) Es gibt nur eine Nachfolgemarkierung, die exakt definiert ist:

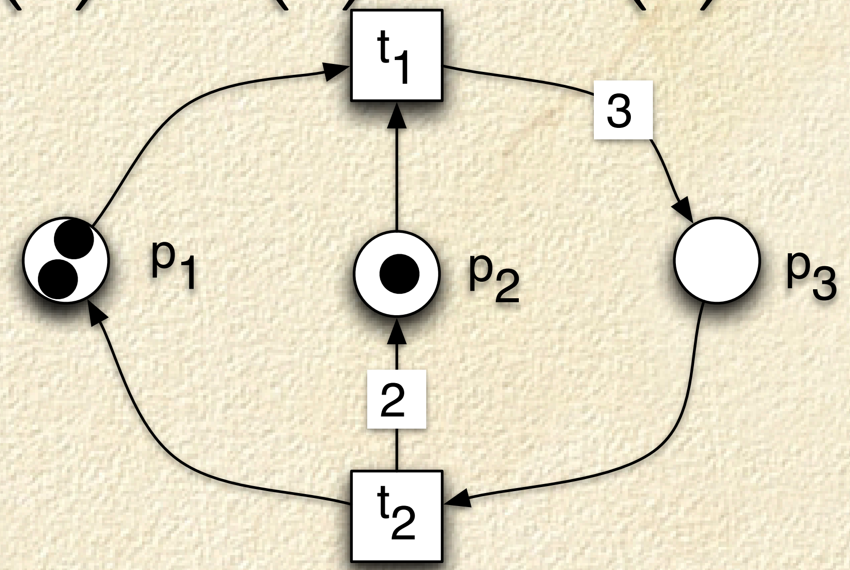
$$m' = m_1 - W(\bullet, u) + W(u, \bullet) = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix}$$

oder, in Multimengenschreibweise:

$$m' = (3'a + 2'b + 4'c + d) - (2'a + b) + (2'c + 4'd) = (a + b + 6'c + 5'd)$$

d) *Definiert man* $W(\bullet, t) := (\widetilde{W}(p_1, t), \ldots, \widetilde{W}(p_{|P|}, t))$ *als Vektor der Länge* $|P|$ *und entsprechend* $W(t, \bullet) := (\widetilde{W}(t, p_1), \ldots, \widetilde{W}(t, p_{|P|}))$, *dann kann die Nachfolgemarkierung einfacher durch Vektoren definiert werden:*

$$\mathbf{m} \xrightarrow{t} \mathbf{m}' \Leftrightarrow \underset{\begin{pmatrix}2\\1\\0\end{pmatrix}}{\mathbf{m}} \geq \underset{\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}}{W(\bullet, t)} \wedge \underset{\begin{pmatrix}1\\0\\3\end{pmatrix}}{\mathbf{m}'} = \underset{\begin{pmatrix}2\\1\\0\end{pmatrix}}{\mathbf{m}} - \underset{\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}}{W(\bullet, t)} + \underset{\begin{pmatrix}0\\0\\3\end{pmatrix}}{W(t, \bullet)})$$

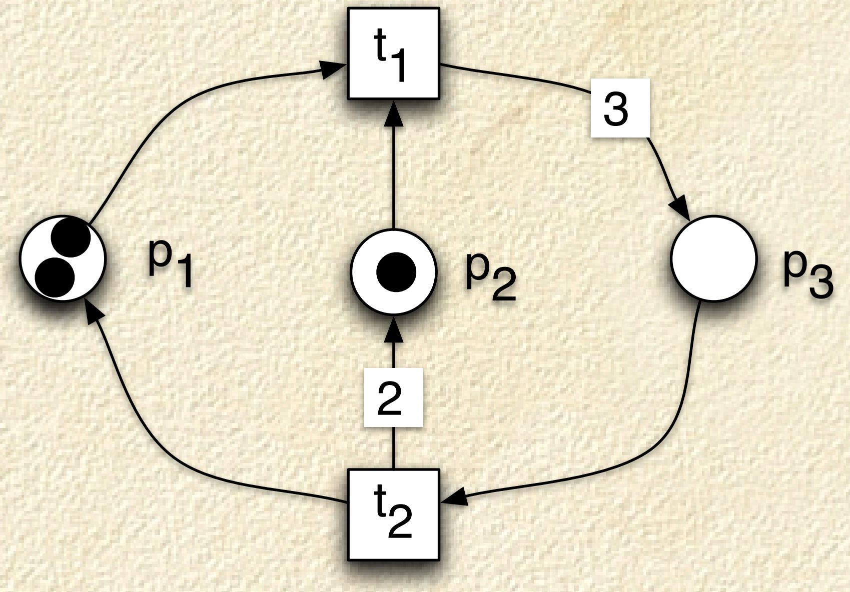


Definition 2.9 *Die Nachfolgemarkierungsrelation von Definition 2.8 wird wie üblich auf Wörter über T erweitert:*

- $\mathbf{m} \xrightarrow{w} \mathbf{m}'$ *falls w das leere Wort λ ist und* $\mathbf{m} = \mathbf{m}'$,
- $\mathbf{m} \xrightarrow{wt} \mathbf{m}'$ *falls* $\exists \mathbf{m}'' : \mathbf{m} \xrightarrow{w} \mathbf{m}'' \wedge \mathbf{m}'' \xrightarrow{t} \mathbf{m}'$ *für* $w \in T^*$ *und* $t \in T$.

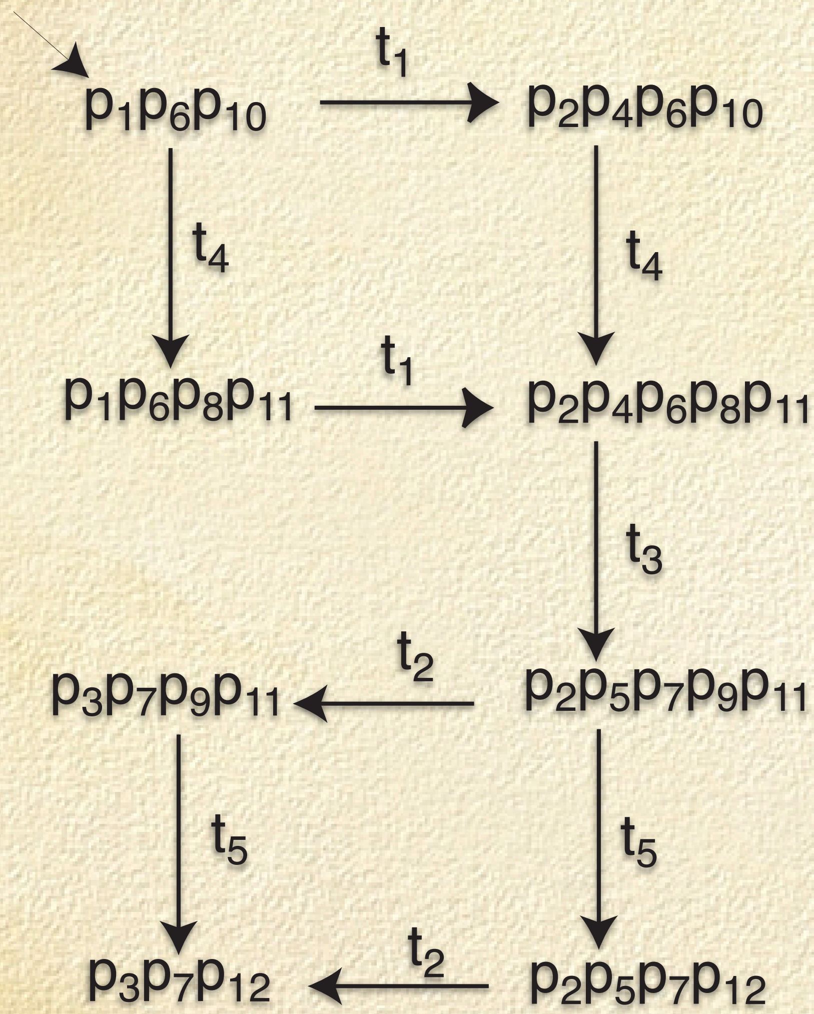
$$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\quad \lambda \quad} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{t_1 t_2 t_1 t_2 t_1} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix}$$



Die Menge $\mathbf{R}(\mathcal{N}) := \{\mathbf{m} | \exists w \in T^* : \mathbf{m_0} \xrightarrow{w} \mathbf{m}\}$ *ist die Menge der* erreichbaren *Markierungen oder auch* Erreichbarkeitsmenge. *Eine Transitionsfolge* $w \in T^*$ *heißt aktiviert in* $\mathbf{m}$ *(in Zeichen:* $\mathbf{m} \xrightarrow{w}$*), falls* $\exists \mathbf{m}_1 : \mathbf{m} \xrightarrow{w} \mathbf{m}_1$ *und* $FS(\mathcal{N}) := \{w \in T^* \mid \mathbf{m_0} \xrightarrow{w}\}$ *ist die Menge der* Schaltfolgen *(firing sequence set) von* $\mathcal{N}$.

Definition 2.13 *Der Erreichbarkeitsgraph ist ein Tupel* $RG(\mathcal{N}) := (Kn, Ka)$ *mit Knotenmenge* $Kn := \mathbf{R}(\mathcal{N})$ *(siehe Def. 3.6) und Kantenmenge* $Ka := \{(\mathbf{m}_1, t, \mathbf{m}_2) \mid \mathbf{m}_1 \xrightarrow{t} \mathbf{m}_2\}$ *vergl. Def. 3.5.*



Transitionssystem